

Physik für T-Kurse

Formelsammlung

Dr.-Ing. Klaus Neemann

Schreibtischphysik



9. Auflage
Wintersemester 2024/25

Alle Rechte vorbehalten

Inhaltsverzeichnis

1	Größen und Einheiten	1
2	Dimensionsanalyse	3
3	Versuchsauswertung	3
3.1	Statistische Größen	3
3.2	Messabweichungen	4
3.3	Fehlerfortpflanzung	4
3.4	Logarithmische Darstellungen	4
4	Mathematische Hilfsmittel	5
4.1	Geometrie	5
4.2	Algebra	5
4.3	Analysis	6
5	Mechanik	7
5.1	Kraft und Moment	7
5.2	Statik	7
5.3	Kinematik	8
5.4	Kinetik	9
5.5	Schwingungen	10
5.6	Arbeit und Energie	10
6	Elektrizität und Magnetismus	11
6.1	Elektrisches Feld	11
6.2	Magnetisches Feld	12
6.3	Kirchhoffsche Gesetze	13
6.4	Gleichstromkreise	13
6.5	Ladungs- und Schaltvorgänge	14
6.6	Wechselstromkreise	15

1 Größen und Einheiten

■ Physikalische Größe:

$$G = \{G\} \cdot [G] \quad , \quad \{G\} - \text{Zahlenwert} \quad , \quad [G] - \text{Einheit}$$

■ Basisgrößen und Basiseinheiten des Internationalen Systems:

Basisgröße	Größensymbol	Basiseinheit	Einheitenzeichen
Länge	L	Meter	m
Zeit	t	Sekunde	s
Masse	m	Kilogramm	kg
Temperatur	T	Kelvin	K
Stromstärke	I	Ampere	A
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	J	Candela	cd

■ Abgeleitete Größen und abgeleitete Einheiten des Internationalen Systems:

Größe	Größen-sym-bol	Einheit	Einheiten-zeichen	Einheiten- definition
Flächeninhalt	A	Quadratmeter	m^2	
Volumen	V	Kubikmeter	m^3	
Geschwindigkeit	v	–	m s^{-1}	
Beschleunigung	a	–	m s^{-2}	
Winkelgeschwindigkeit	ω	–	s^{-1}	
Winkelbeschleunigung	α	–	s^{-2}	
Frequenz	f	Hertz	Hz	$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$
Kreisfrequenz	ω	–	s^{-1}	
Massendichte	ρ	–	kg m^{-3}	
Kraft	F	Newton	N	$\text{N} = \text{kg m s}^{-2}$
Druck	p	Pascal	Pa	$\text{Pa} = \text{N m}^{-2} = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$
kinematische Zähigkeit	ν	–	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	
Federkonstante	k	–	$\text{N m}^{-1} = \text{kg s}^{-2}$	
Impuls	p	–	kg m s^{-1}	
Moment	M	Newtonmeter	Nm	$\text{Nm} = \text{N m}$
Drehimpuls	L	–	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-1} = \text{J s}$	
Massenträgheitsmoment	Θ	–	kg m^2	
Arbeit	W	Joule	J	$\text{J} = \text{N m}$
Energie	E	Joule	J	$\text{J} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
Leistung	P	Watt	W	$\text{W} = \text{J s}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$

Größe	Größen- symbol	Einheit	Einheiten- zeichen	Einheiten- definition
Elektrische Ladung	Q	Coulomb	C	$C = A s$
Elektrische Spannung	U	Volt	V	$V = J C^{-1} = kg m^2 A^{-1} s^{-3}$
Elektrisches Potential	φ	Volt	V	$V = J C^{-1} = kg m^2 A^{-1} s^{-3}$
Elektrischer Widerstand	R	Ohm	Ω	$\Omega = V A^{-1} = kg m^2 A^{-2} s^{-3}$
Kapazität	C	Farad	F	$F = C V^{-1} = kg^{-1} m^{-2} A^2 s^4$
Induktivität	L	Henry	H	$H = V s A^{-1} = kg m^2 A^{-2} s^{-2}$
Elektrische Feldstärke	E	–	$N C^{-1} = V m^{-1}$	
Elektrischer Fluss	ψ	Coulomb	C	$C = A s$
Elektrische Flussdichte	D	–	$A s m^{-2}$	
Permittivität	ε	–	$A s V^{-1} m^{-1}$	
Magnetische Flussdichte	B	Tesla	T	$T = N A^{-1} m^{-1} = kg A^{-1} s^{-2}$
Magnetischer Fluss	Φ	Weber	Wb	$Wb = T m^2 = V s$
Magnetische Feldstärke	H	–	$A m^{-1}$	
Permeabilität	μ	–	$V s A^{-1} m^{-1}$	

■ Einheitenvorsätze:

Name	Zeichen	Wert
Atto	a	10^{-18}
Femto	f	10^{-15}
Pico	p	10^{-12}
Nano	n	10^{-9}
Mikro	μ	10^{-6}
Milli	m	10^{-3}
Zenti	c	10^{-2}
Dezi	d	10^{-1}

Name	Zeichen	Wert
Deka	da	10^{+1}
Hekto	h	10^{+2}
Kilo	k	10^{+3}
Mega	M	10^{+6}
Giga	G	10^{+9}
Tera	T	10^{+12}
Peta	P	10^{+15}
Exa	E	10^{+18}

2 Dimensionsanalyse

- Einflussfunktion (mit Einheiten):

$$Y = \mathcal{F}(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad , \quad X_n - \text{Einflussgrößen} \quad , \quad Y - \text{abhängige Größe}$$

- Kennzahlenfunktion (ohne Einheiten/dimensionslos):

$$A = \mathcal{K}(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_P) \quad , \quad \Pi_p - \text{Parameter} \quad , \quad A - \text{abhängige Kennzahl}$$

$$\Pi_p - \text{dimensionslose Potenzprodukte von } X_1, X_2, \dots, X_N$$

$$A - \text{dimensionsloses Potenzprodukt von } Y, X_1, X_2, \dots, X_N$$

- Pi-Theorem:

$$\text{Anzahl der Einflussgrößen:} \quad N$$

$$\text{Anzahl der natürlichen Basiseinheiten:} \quad M \quad (\text{nach Elimination der SI-Basiseinheiten})$$

$$\Rightarrow \text{Anzahl der dimensionslosen Parameter:} \quad P = N - M$$

- Beispiel: Luftwiderstand einer Kugel

$$F = \mathcal{F}(d, v, \rho, \nu) \quad , \quad [F] = \text{kg m s}^{-2} \quad , \quad [d] = \text{m} \quad , \quad [v] = \text{m s}^{-1} \quad , \quad [\rho] = \text{kg m}^{-3} \quad , \quad [\nu] = \text{m}^2 \text{s}^{-1}$$

$$N = 4 \quad , \quad M = 3 \quad \Rightarrow \quad P = 1 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{F}{\rho d^2 v^2} \quad , \quad \Pi_1 = \frac{\nu}{v d} \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{\rho d^2 v^2} = \mathcal{K}\left(\frac{\nu}{v d}\right)$$

3 Versuchsauswertung

3.1 Statistische Größen

- Mittelwert von N Messwerten X_n :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n$$

- Standardabweichung von N Messwerten X_n :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (X_n - \bar{X})^2} \quad \text{oder} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left(\sum_{n=1}^N (X_n)^2 - N (\bar{X})^2 \right)}$$

- Wahrscheinliche Abweichung des Mittelwertes $\bar{X}$:

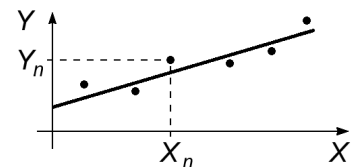
$$\Delta \bar{X} = \sigma / \sqrt{N}$$

- Regressionsgerade $Y = aX + b$ durch N Messpunkte (X_n, Y_n) :

$$a = \left(\sum_{n=1}^N X_n Y_n - N \bar{X} \bar{Y} \right) / \left(\sum_{n=1}^N X_n^2 - N \bar{X}^2 \right)$$

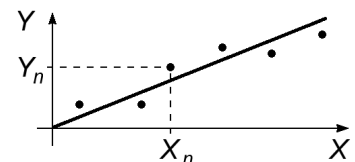
$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n \quad , \quad \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Y_n$$

$$b = \bar{Y} - a \bar{X}$$



- Regressionsgerade $Y = aX$ durch $(0,0)$ und N Messpunkte (X_n, Y_n) :

$$a = \left(\sum_{n=1}^N X_n Y_n \right) / \left(\sum_{n=1}^N X_n^2 \right)$$



3.2 Messabweichungen

- Wahrer Wert:

$$X = X_M \pm \Delta X, \quad X_M - \text{Messwert}, \quad \Delta X - \text{absolute Abweichung}$$

- Relative Abweichung:

$$\delta X = \Delta X / X_M$$

3.3 Fehlerfortpflanzung

- Allgemeines Fehlerfortpflanzungsgesetz für die maximale absolute Abweichung:

$$Z = \mathcal{F}(X, Y), \quad \Delta Z = \left| \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial X} \right|_{\substack{X=X_M \\ Y=Y_M}} \cdot \Delta X + \left| \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial Y} \right|_{\substack{X=X_M \\ Y=Y_M}} \cdot \Delta Y$$

- Addition/Subtraktion $Z = X + Y$ oder $Z = X - Y$:

$$\text{Addition der absoluten Abweichungen: } \Delta Z = \Delta X + \Delta Y$$

- Multiplikation/Division $Z = X \cdot Y$ oder $Z = X \div Y$:

$$\text{Addition der relativen Abweichungen: } \delta Z = \delta X + \delta Y$$

- Potenz $Z = X^n$: $\delta Z = |n| \delta X$

- Allgemeines Fehlerfortpflanzungsgesetz für die wahrscheinliche absolute Abweichung:

$$Z = \mathcal{F}(X, Y), \quad \Delta Z = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial X} \right)_{\substack{X=X_M \\ Y=Y_M}}^2 \cdot (\Delta X)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial Y} \right)_{\substack{X=X_M \\ Y=Y_M}}^2 \cdot (\Delta Y)^2 \right)}$$

3.4 Logarithmische Darstellungen

- Exponential- und Logarithmusfunktionen ($x > 0, a > 0$): $y = \log_a(x) \Leftrightarrow x = a^y$

- Besondere Logarithmusfunktionen:

Dekadischer Logarithmus (Basis 10): $\lg(x) = \log_{10}(x)$ (auf dem Taschenrechner $\lg = \log$)

Natürlicher Logarithmus (Basis e): $\ln(x) = \log_e(x)$

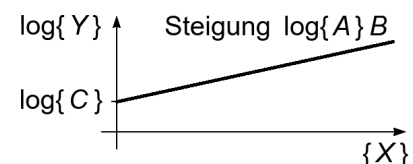
- Rechnen mit Logarithmen ($\log$ – beliebige Logarithmusfunktion):

$$\log(1) = 0, \quad \log(x \cdot z) = \log(x) + \log(z), \quad \log(x/z) = \log(x) - \log(z), \quad \log(x^m) = m \cdot \log(x)$$

- Exponentialfunktion zwischen physikalischen Größen in einfach-logarithmischer Darstellung:

$$Y = C A^{B X} \Rightarrow \log\{Y\} = \log\{A\} B \cdot \{X\} + \log\{C\}$$

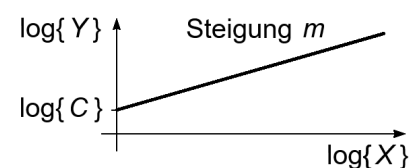
Gerade mit Steigung $\log\{A\} B$ und Achsenabschnitt $\log\{C\}$



- Potenzfunktion zwischen physikalischen Größen in doppelt-logarithmischer Darstellung:

$$Y = C X^m \Rightarrow \log\{Y\} = m \cdot \log\{X\} + \log\{C\}$$

Gerade mit Steigung m und Achsenabschnitt $\log\{C\}$



4 Mathematische Hilfsmittel

4.1 Geometrie

- Flächeninhalt eines Kreises: $A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$

Umfang eines Kreises: $U = 2\pi r = \pi d$

- Volumen einer Kugel: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi}{6} d^3$

Oberfläche einer Kugel: $O = 4\pi r^2 = \pi d^2$

- Flächeninhalt eines Dreiecks: $A = \frac{1}{2} g h$

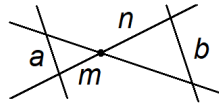
Winkelsumme im Dreieck: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

- Flächensätze beim rechtwinkligen Dreieck:

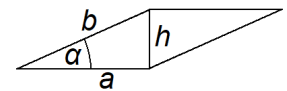
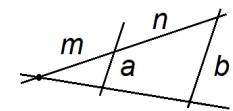
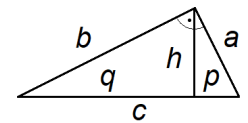
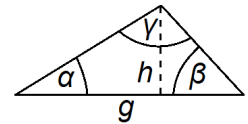
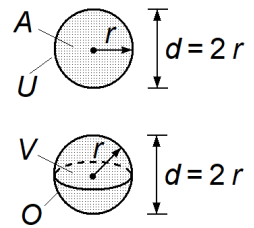
$$a^2 + b^2 = c^2, \quad p q = h^2, \quad p c = a^2, \quad q c = b^2$$

- Strahlensätze:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n}$$



$$\frac{a}{m} = \frac{b}{m+n}$$

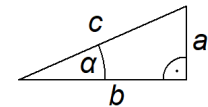


- Flächeninhalt eines Parallelogramms:

$$A = a h = a b \sin(\alpha)$$

- Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}, \quad \cos(\alpha) = \frac{b}{c}, \quad \tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$



- Additionstheoreme:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \sin(\beta), \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

4.2 Algebra

- Lösung quadratischer Gleichungen:

$$a x^2 + b x + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}$$

oder:

$$x^2 + p x + q = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

- Vektoren:

$$\text{Betrag eines Vektors: } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\text{Vektorsumme: } \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$

$$\text{Skalarprodukt: } \vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\angle(\vec{a}, \vec{b}))$$

$$\text{Vektorprodukt: } \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}, \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\angle(\vec{a}, \vec{b}))$$

■ Komplexe Zahlen:

Imaginäre Einheit: $j^2 = -1$, $j = e^{j\pi/2}$, $\frac{1}{j} = -j = e^{-j\pi/2}$

Kartesische Darstellung: $\underline{w} = a + j b$

Trigonometrische Darstellung: $\underline{w} = \hat{w} (\cos(\varphi) + j \sin(\varphi))$

Exponentielle Darstellung: $\underline{w} = \hat{w} e^{j\varphi}$

Betrag und Argument: $\hat{w} = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\tan(\varphi) = \frac{b}{a}$

Konjugiert komplexe Zahl: $\underline{w}^* = a - j b$ oder: $\underline{w}^* = \hat{w} e^{-j\varphi}$

Kehrwert: $\frac{1}{\underline{w}} = \frac{1}{a + j b} = \frac{a - j b}{a^2 + b^2}$ oder: $\frac{1}{\underline{w}} = \frac{1}{\hat{w}} e^{-j\varphi}$

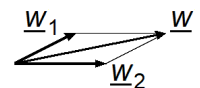
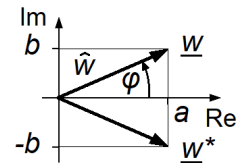
Addition/Subtraktion: $\underline{w}_1 \pm \underline{w}_2 = a_1 \pm a_2 + j (b_1 \pm b_2)$

Multiplikation: $\underline{w}_1 \cdot \underline{w}_2 = (a_1 + j b_1) (a_2 + j b_2) = a_1 a_2 - b_1 b_2 + j (a_2 b_1 + a_1 b_2)$

oder: $\underline{w}_1 \cdot \underline{w}_2 = \hat{w}_1 \hat{w}_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$

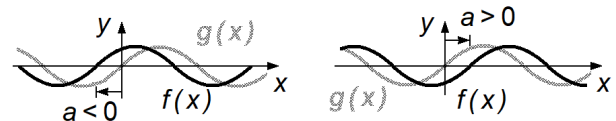
Division: $\frac{\underline{w}_1}{\underline{w}_2} = \frac{a_1 + j b_1}{a_2 + j b_2} = \frac{(a_1 + j b_1) (a_2 - j b_2)}{a_2^2 + b_2^2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + j (a_2 b_1 - a_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2}$

oder: $\frac{\underline{w}_1}{\underline{w}_2} = \frac{\hat{w}_1}{\hat{w}_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$



4.3 Analysis

■ Verschiebung von Funktionen: $f(x) = g(x - a)$



■ Differentiation und Integration elementarer Funktionen ($n \neq -1$, $k \neq 0$):

$\int f(t) dt$	$f(t)$	$\dot{f}(t) = \frac{df}{dt}$
$\frac{1}{n+1} t^{n+1} + c$	t^n	$n t^{n-1}$
$\frac{1}{k} e^{k t} + c$	$e^{k t}$	$-k e^{k t}$

$\int f(t) dt$	$f(t)$	$\dot{f}(t) = \frac{df}{dt}$
$-\frac{1}{k} \cos(k t) + c$	$\sin(k t)$	$k \cos(k t)$
$\frac{1}{k} \sin(k t) + c$	$\cos(k t)$	$-k \sin(k t)$

■ Differentiationsregeln:

Summen-/Faktorregel: $f(t) = c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t) \Rightarrow \dot{f}(t) = c_1 \dot{f}_1(t) + c_2 \dot{f}_2(t)$

Produktregel: $f(t) = u(t) \cdot v(t) \Rightarrow \dot{f}(t) = \dot{u}(t) \cdot v(t) + u(t) \cdot \dot{v}(t)$

Kettenregel: $f(t) = u[v(t)] \Rightarrow \dot{f}(t) = \dot{u}[v(t)] \cdot \dot{v}(t)$

■ Lösung einer linearen Differentialgleichung 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

$\tau \dot{s}(t) + s(t) = b \Rightarrow s(t) = c e^{-t/\tau} + b$, c – Integrationskonstante

Lösung für die Anfangsbedingung $s(t_0) = s_0$: $s(t) = (s_0 - b) e^{-(t-t_0)/\tau} + b$

■ Lösung einer linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

$\ddot{s}(t) + \omega^2 s(t) = b \Rightarrow s(t) = c_1 \cos(\omega t) + c_2 \sin(\omega t) + b/\omega^2$

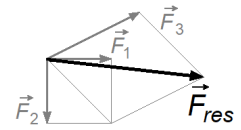
c_1, c_2 – Integrationskonstanten

5 Mechanik

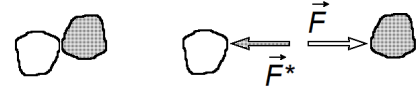
5.1 Kraft und Moment

■ Kraftvektor: $\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$, $|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$

■ Resultierende Kraft: $\vec{F}_{res} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$



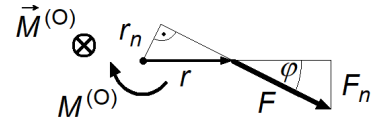
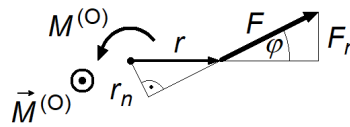
■ Wechselwirkungsgesetz: $\vec{F}^* = -\vec{F}$



■ Moment einer Kraft:

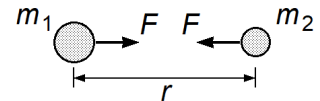
$$\vec{M}^{(O)} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M^{(O)} = r F \sin(\varphi) = r_n F = r F_n$$



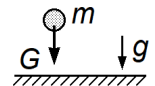
■ Resultierendes Moment: $\vec{M}_{res}^{(O)} = \sum_{j=1}^m \vec{M}_j^{(O)} = \vec{M}_1^{(O)} + \vec{M}_2^{(O)} + \dots + \vec{M}_m^{(O)}$

■ Gravitationsgesetz: $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$



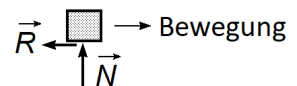
■ Gravitationskonstante: $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

■ Gewichtskraft: $G = m g$

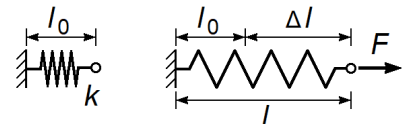


■ Fallbeschleunigung: $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

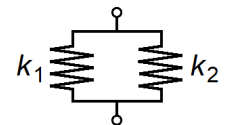
■ Reibungskraft: $R = \mu N$, $\vec{R} \perp \vec{N}$



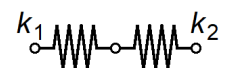
■ Federkraft: $F = k \Delta l$, $\Delta l = |l - l_0|$



■ Parallelschaltung von Federn: $k = k_1 + k_2$, $\Delta l_1 = \Delta l_2$, $F = F_1 + F_2$



■ Reihenschaltung von Federn: $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$, $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$, $F_1 = F_2$



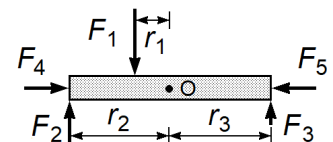
5.2 Statik

■ Gleichgewichtsbedingungen: $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$, $\sum_{j=1}^m \vec{M}_j^{(O)} = \vec{0}$

bei einem ebenen Kräftesystem: $\sum_{i=1}^n F_{x_i} = 0$, $\sum_{i=1}^n F_{y_i} = 0$, $\sum_{j=1}^m M_{z_j}^{(O)} = 0$

Beispiel:

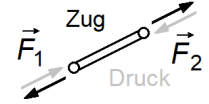
$$\begin{aligned} F_4 - F_5 &= 0, \\ -F_1 + F_2 + F_3 &= 0, \\ r_1 F_1 - r_2 F_2 + r_3 F_3 &= 0 \end{aligned}$$



Auflager- und Bindungssymbole:

Loslager	Festlager	Einspannung	Führung	Gelenk

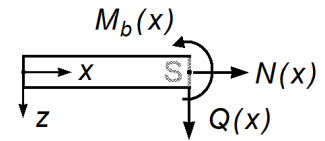
■ Pendelstütze: $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$



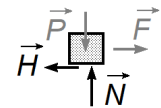
■ Umlenkrolle: $S_2 = S_1$



■ Schnittgrößen: $N(x)$ – Normalkraft
 $Q(x)$ – Querkraft
 $M_b(x)$ – Biegemoment



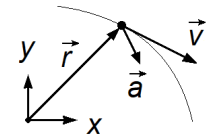
■ Haftkraft: $|H| \leq \mu_0 |N|$



5.3 Kinematik

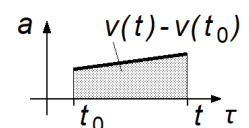
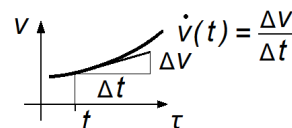
Ortsvektor, Geschwindigkeit, Beschleunigung:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t), \quad \vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t)$$

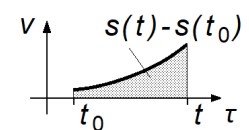
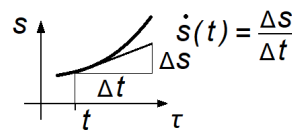


Geradlinige Bewegung:

$$a(t) = \dot{v}(t) \quad \text{oder} \quad v(t) = \int_{t_0}^t a(\tau) d\tau + v_0$$



$$v(t) = \dot{s}(t) \quad \text{oder} \quad s(t) = \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + s_0$$



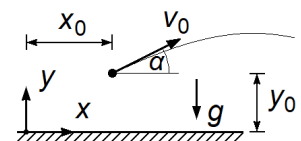
Geradlinige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit v^* :

$$a(t) = 0, \quad v(t) = v^*, \quad s(t) = v^*(t - t_0) + s_0$$

Geradlinige Bewegung mit konstanter Beschleunigung a^* :

$$a(t) = a^*, \quad v(t) = a^*(t - t_0) + v_0, \quad s(t) = \frac{1}{2} a^*(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + s_0$$

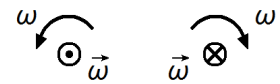
■ Wurfbewegung: $x(t) = v_0 \cos(\alpha) t + x_0$
 $y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) t + y_0$



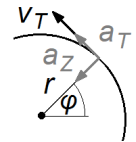
■ Fallbeschleunigung: $g = 9,81 \text{ m s}^{-2} \approx 10 \text{ m s}^{-2}$

- Winkelgeschwindigkeit: $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$
- Winkelgeschwindigkeitsvektor (für Drehungen in der x, y -Ebene):

$$\vec{\omega}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi}(t) \end{pmatrix}$$

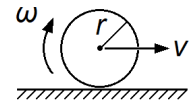


- Drehzahl: $n = \frac{\omega}{2\pi}$
- Umlaufzeit: $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- Kreisbewegung:
 - Tangentialgeschwindigkeit $v_T(t) = r \dot{\varphi}(t)$
 - Tangentialbeschleunigung $a_T(t) = r \ddot{\varphi}(t)$
 - Zentripetalbeschleunigung $a_Z(t) = r \dot{\varphi}^2(t)$

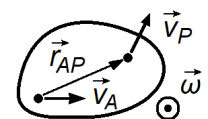


- Kreisbewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω^* :
 $\alpha(t) = 0$, $\omega(t) = \omega^*$, $\varphi(t) = \omega^*(t - t_0) + \varphi_0$
- Kreisbewegung mit konstanter Winkelbeschleunigung α^* :
 $\alpha(t) = \alpha^*$, $\omega(t) = \alpha^*(t - t_0) + \omega_0$, $\varphi(t) = \frac{1}{2} \alpha^*(t - t_0)^2 + \omega_0(t - t_0) + \varphi_0$

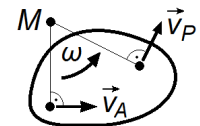
- Rollbewegung: $v = \omega r$



- Eulersche Geschwindigkeitsformel: $\vec{v}_P(t) = \vec{v}_A(t) + \vec{\omega}(t) \times \vec{r}_{AP}(t)$



- Momentanpol/Momentanzentrum: $\vec{v}_M = \vec{0}$, $v_P = \omega r_{MP}$, $v_A = \omega r_{MA}$

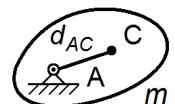


5.4 Kinetik

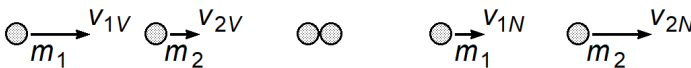
- Impuls: $\vec{p} = m \vec{v}$
- Impulssatz: $m \ddot{\vec{r}}(t) = \vec{F}_{res}(t)$
- Drehimpuls: $L^{(0)} = \vec{r} \times \vec{p}$ oder $L^{(0)} = \Theta^{(0)} \omega$ oder $L^{(C)} = \Theta^{(C)} \omega$
- Drehimpulssatz: $\Theta^{(0)} \ddot{\varphi}(t) = M_{res}^{(0)}(t)$ oder $\Theta^{(C)} \ddot{\varphi}(t) = M_{res}^{(C)}(t)$
- Massenträgheitsmomente:

Punktmasse	Quader	Vollzylinder	Hohlzylinder	Kugel
$\Theta^{(0)} = m l^2$	$\Theta^{(C)} = \frac{1}{12} m (b^2 + h^2)$	$\Theta^{(C)} = \frac{1}{2} m R^2$	$\Theta^{(C)} = \frac{1}{2} m (R_I^2 + R_A^2)$	$\Theta^{(C)} = \frac{2}{5} m R^2$

- Satz von Steiner: $\Theta^{(A)} = \Theta^{(C)} + m d_{AC}^2$



- Impulserhaltung: $(\sum \vec{p}_i)_V = (\sum \vec{p}_i)_N$ $(\dots)_V$ – vorher, $(\dots)_N$ – nachher
- Zentraler Stoß:



 - vollkommen elastisch:

$$(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)_V = (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)_N, \quad \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2\right)_V = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2\right)_N$$

$$\Rightarrow v_{1N} = \frac{(m_1 - m_2) v_{1V} + 2 m_2 v_{2V}}{m_1 + m_2}, \quad v_{2N} = \frac{(m_2 - m_1) v_{2V} + 2 m_1 v_{1V}}{m_2 + m_1}$$
 - vollkommen inelastisch:

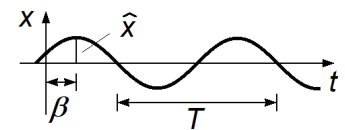
$$(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)_V = (m_1 + m_2) \vec{v}_N, \quad \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2\right)_V = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_N^2 + \Delta E_{kin}$$

$$\Rightarrow v_N = \frac{m_1 v_{1V} + m_2 v_{2V}}{m_1 + m_2}$$

5.5 Schwingungen

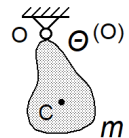
- Harmonische Schwingung: $x(t) = \hat{x} \cos(\omega t - \beta)$

$\hat{x}$ – Amplitude
 T – Schwingungsdauer
 β – Phasenverschiebung

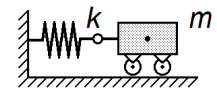


- Frequenz und Kreisfrequenz: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

- Kreisfrequenz eines Pendels: $\omega = \sqrt{\frac{m g d_{OC}}{\Theta^{(0)}}}$



- Kreisfrequenz eines Feder-Masse-Systems: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$



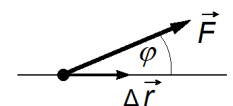
- Lösung einer linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

$$\ddot{s}(t) + \omega^2 s(t) = b \Rightarrow s(t) = c_1 \cos(\omega t) + c_2 \sin(\omega t) + b/\omega^2$$

c_1, c_2 – Integrationskonstanten

5.6 Arbeit und Energie

- Arbeit einer Kraft: $\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$ oder $W_{AE} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_E} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$

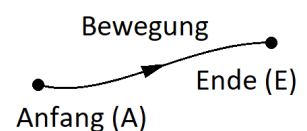


- Leistung: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

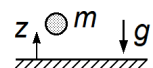
- Arbeitssatz: $W_{AE} = E_{kin,E} - E_{kin,A}$

- Energiesatz: $E_{ges,E} = E_{ges,A}$

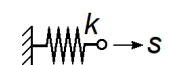
- Gesamtenergie: $E_{ges} = E_{kin}^{(trans)} + E_{kin}^{(rot)} + E_{pot} + E_{ver}$



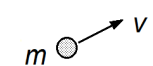
- Potentielle Energie der Schwerkraft: $E_{pot} = m g z$



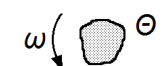
- Verformungsenergie einer gespannten Feder: $E_{ver} = \frac{1}{2} k s^2$



- Kinetische Energie einer Translationsbewegung: $E_{kin}^{(trans)} = \frac{1}{2} m v^2$



- Kinetische Energie einer Rotationsbewegung: $E_{kin}^{(rot)} = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$



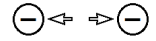
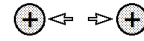
6 Elektrizität und Magnetismus

6.1 Elektrisches Feld

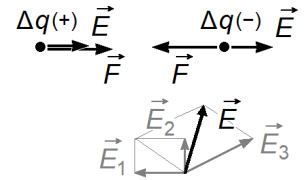
- Elektrische Feldkonstante: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As V}^{-1} \text{ m}^{-1}$

- Permittivität (Dielektrizitätskonstante): $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$

- Kräfte zwischen Ladungen:



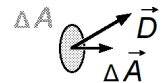
- Coulombkraft: $\vec{F} = \Delta q \vec{E}$



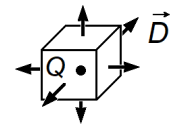
- Superpositionsatz für elektrische Feldstärken: $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$

- Elektrische Flussdichte: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

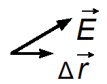
- Elektrischer Fluss: $\Delta \psi = \vec{D} \cdot \Delta \vec{A}$ oder $\psi = \int \vec{D} \cdot d\vec{A}$ oder $\psi = \vec{D} \cdot \vec{A}$



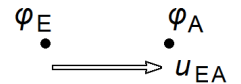
- Gaußsches Gesetz der Elektrostatik: $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$ oder $\sum_{\text{geschlossene Fläche}} \vec{D} \cdot \Delta \vec{A} = Q$



- Elektrische Spannung und elektrische Feldstärke: $u_{EA} = - \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_E} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$

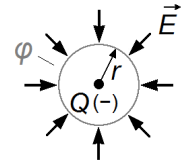
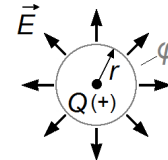


- Elektrische Spannung und elektrisches Potential: $u_{EA} = \varphi_E - \varphi_A$



- Verschiebungsarbeit im elektrischen Feld: $W_{AE} = \Delta q u_{EA}$

- Elektrische Feldstärke einer Punktladung: $E(r) = \frac{Q}{4 \pi \epsilon r^2}$

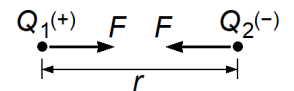


- Elektrisches Potential einer Punktladung: $\varphi(r) = \frac{Q}{4 \pi \epsilon r}$



- Elektrische Feldlinien und Äquipotentiallinien/-flächen $\varphi = \text{const.}$:

- Coulombsches Gesetz: $F = \frac{1}{4 \pi \epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

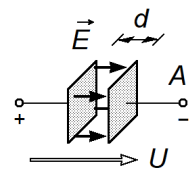


- Ladungsmenge und Spannung eines Kondensators: $Q = C U$

- Elektrische Energie eines Kondensators: $E_{el} = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

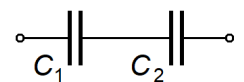
- Kapazität eines Plattenkondensators: $C = \epsilon \frac{A}{d}$

- Elektrische Feldstärke in einem Plattenkondensator: $E = \frac{U}{d}$



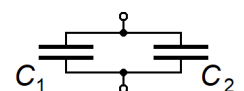
- Reihenschaltung von Kondensatoren:

$$Q = Q_1 = Q_2, \quad U = U_1 + U_2, \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



- Parallelschaltung von Kondensatoren:

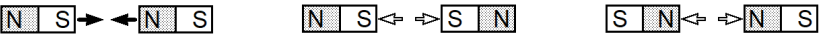
$$Q = Q_1 + Q_2, \quad U = U_1 = U_2, \quad C = C_1 + C_2$$



6.2 Magnetisches Feld

- Magnetische Feldkonstante: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs A}^{-1} \text{ m}^{-1}$

- Permeabilität: $\mu = \mu_r \mu_0$

- Kräfte zwischen Magnetpolen: 

- Lorentzkraft auf elektrische Ströme:

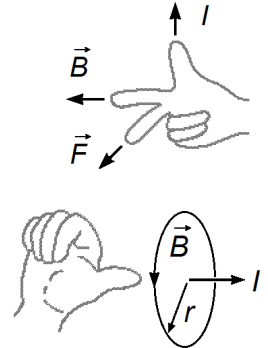
$$\vec{F} = I \vec{s} \times \vec{B}, \quad \vec{F} \perp \vec{s}, \quad \vec{F} \perp \vec{B}$$

- Lorentzkraft auf bewegte elektrische Ladungen:

$$\vec{F} = \Delta q \vec{v} \times \vec{B}, \quad \vec{F} \perp \vec{v}, \quad \vec{F} \perp \vec{B}$$

- Magnetische Flussdichte eines langen stromdurchflossenen Drahts:

$$B = \mu \frac{I}{2\pi r}$$

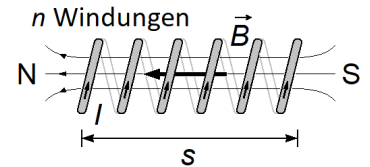


- Magnetische Flussdichte im Innern einer langen zylindrischen Spule:

$$B = \mu \frac{I n}{s}$$

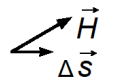
- Induktivität einer langen zylindrischen Spule:

$$L = \mu \frac{n^2 A}{s}$$

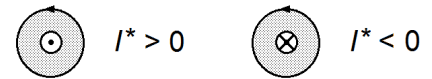


- Magnetische Feldstärke: $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$

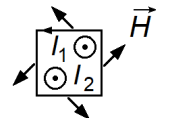
- Magnetische Spannung und magnetische Feldstärke: $V_{EA} = \int_{s_A}^{s_E} \vec{H}(s) \cdot d\vec{s}$



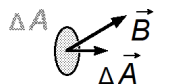
- Durchflutung: $\Theta = \sum_{\text{Fläche}} I^*$



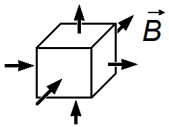
- Durchflutungsgesetz: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta$ oder $\sum_{\text{geschlossene Kurve}} \vec{H} \cdot \Delta\vec{s} = \Theta$



- Magnetischer Fluss: $\Delta\Phi = \vec{B} \cdot \Delta\vec{A}$ oder $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ oder $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$

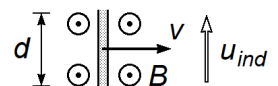


- Gaußsches Gesetz der Magnetostatik: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ oder $\sum_{\text{geschlossene Fläche}} \vec{B} \cdot \Delta\vec{A} = 0$



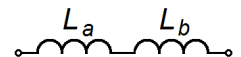
- Induktionsgesetz: $u_{ind}(t) = -n \dot{\Phi}(t) = -n \left(\vec{B}(t) \cdot \vec{A}(t) \right)' = -n \left(B(t) A(t) \cos \varphi(t) \right)'$

- Induzierte Spannung an einem bewegten Metallstab: $u_{ind} = B v d$

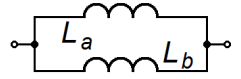


- Magnetische Energie einer Spule: $E_{mag} = \frac{1}{2} L I^2$

- Reihenschaltung von Spulen: $i = i_a = i_b$, $u = u_a + u_b$, $L = L_a + L_b$



- Parallelschaltung von Spulen: $i = i_a + i_b$, $u = u_a = u_b$, $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_a} + \frac{1}{L_b}$



6.3 Kirchhoffsche Gesetze

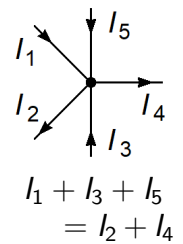
1. Kirchhoffsches Gesetz für Stromstärken (Knotenregel):

Gleichstromkreise:
$$\sum_{n=1}^N I_n^* = I_1^* + I_2^* + \dots + I_N^* = 0$$

Vorzeichenvereinbarung: $\bullet \leftarrow I_n^* > 0 (+)$, $\bullet \rightarrow I_n^* < 0 (-)$

Zeitabhängige Stromstärken:
$$i_1^*(t) + i_2^*(t) + \dots + i_N^*(t) = 0$$

Wechselstromzeiger:
$$\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \dots + \underline{I}_N^* = \underline{0}$$



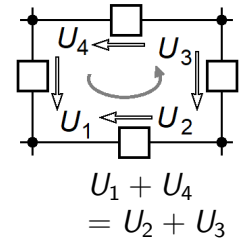
2. Kirchhoffsches Gesetz für Spannungen (Maschenregel):

Gleichstromkreise:
$$\sum_{m=1}^M U_m^* = U_1^* + U_2^* + \dots + U_M^* = 0$$

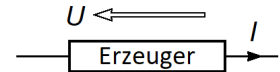
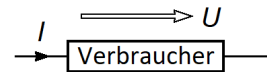
Vorzeichenvereinbarung: $\odot \uparrow U_m^* > 0 (+)$, $\odot \downarrow U_m^* < 0 (-)$

Zeitabhängige Spannungen:
$$u_1^*(t) + u_2^*(t) + \dots + u_M^*(t) = 0$$

Wechselspannungszeiger:
$$\underline{U}_1^* + \underline{U}_2^* + \dots + \underline{U}_M^* = \underline{0}$$

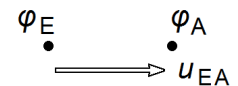


Verbraucher- und Erzeugerzählpfeile:



6.4 Gleichstromkreise

Elektrische Spannung und elektrisches Potential: $u_{EA} = \varphi_E - \varphi_A$



Ohmsches Gesetz: $U = R I$

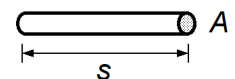
Elektrische Leistung: $P = U I$

Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands:

$$R = R_0 \left(1 + \alpha \Delta T + \beta (\Delta T)^2 \right) \quad \text{oder} \quad R \approx R_0 (1 + \alpha \Delta T) \quad \text{für} \quad |\Delta T| \leq 200 \text{ K}$$

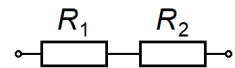
$$R = R(T), \quad R_0 = R(20^\circ\text{C}), \quad \Delta T = T - 20^\circ\text{C}, \quad \alpha = 0,004 \text{ K}^{-1}, \quad \beta \approx 10^{-6} \text{ K}^{-2}$$

Widerstand eines Metalldrahts: $R = \rho \frac{s}{A}$



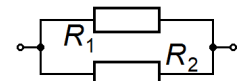
Reihenschaltung von Widerständen:

$$I = I_1 = I_2, \quad U = U_1 + U_2, \quad R = R_1 + R_2, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$



Parallelschaltung von Widerständen:

$$I = I_1 + I_2, \quad U = U_1 = U_2, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$



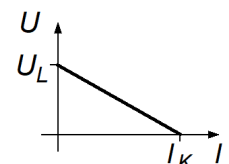
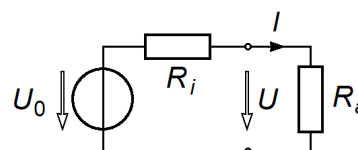
Reale Spannungsquelle:

Leerlaufspannung: $U_L = U_0 \quad (R_a \rightarrow \infty)$

Kurzschlussstrom: $I_K = \frac{U_L}{R_i} \quad (R_a \rightarrow 0)$

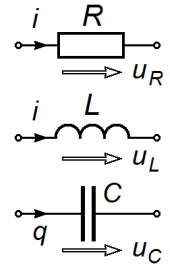
Klemmenspannung: $U = U_L - R_i I$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{\text{Nutzleistung}}{\text{erzeugte Leistung}}, \quad \text{hier:} \quad \eta = \frac{U}{U_L}$



6.5 Ladungs- und Schaltvorgänge

- Stromstärke und Ladungsmenge: $i(t) = \dot{q}(t)$
- Spannung an einem Widerstand: $u_R(t) = R i(t)$
- Spannung an einer Induktivität: $u_L(t) = L \dot{i}(t)$
- Spannung an einer Kapazität: $u_C(t) = \frac{1}{C} q(t)$
- Lösung einer linearen Differentialgleichung 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten:
 $\tau \dot{s}(t) + s(t) = b \Rightarrow s(t) = k e^{-t/\tau} + b$, k – Integrationskonstante
 Lösung für die Anfangsbedingung $s(t_0) = s_0$: $s(t) = (s_0 - b) e^{-(t-t_0)/\tau} + b$
- Beispiele für Ladungs- und Schaltvorgänge:



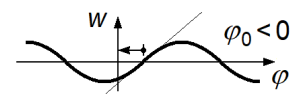
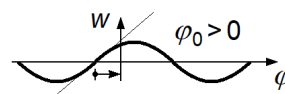
Schaltung	Differentialgleichung Anfangsbedingung Zeitkonstante Lösung	Zeitverlauf
	$R C \dot{q}(t) + q(t) = U_q C$ $q(0) = 0$ $T = R C$ $q(t) = U_q C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$	
	$R C \dot{q}(t) + q(t) = 0$ $q(t_0) = q_0$ $T = R C$ $q(t) = q_0 e^{-\frac{t-t_0}{RC}}$	
	$\frac{L}{R} \dot{i}(t) + i(t) = \frac{U_q}{R}$ $i(0) = 0$ $T = L/R$ $i(t) = \frac{U_q}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}\right)$	
	$\frac{L}{R} \dot{i}(t) + i(t) = 0$ $i(t_0) = i_0$ $T = L/R$ $i(t) = i_0 e^{-\frac{t-t_0}{L/R}}$	

6.6 Wechselstromkreise

- Mittelwert einer periodischen Größe $w(t) = w(t + T)$: $w_m = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} w(t) dt$
- Gleichrichtwert einer periodischen Größe $w(t) = w(t + T)$: $\bar{w} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |w(t)| dt$
- Effektivwert einer periodischen Größe $w(t) = w(t + T)$: $w_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [w(t)]^2 dt}$

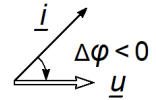
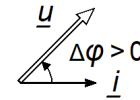
- Gleichrichtwert einer sinusförmigen Wechselgröße $w(t) = \hat{w} \sin(\omega t + \varphi_0)$: $\bar{w} = \frac{2}{\pi} \hat{w}$
- Effektivwert einer sinusförmigen Wechselgröße $w(t) = \hat{w} \sin(\omega t + \varphi_0)$: $w_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{w}$

- Nullphasenwinkel:



- Kreisfrequenz, Frequenz und Periodendauer: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

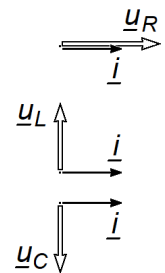
- Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke:



- Wirkwiderstand: $\frac{\hat{u}_R}{\hat{i}} = R$, $\underline{Z}_R = R$

- Induktiver Blindwiderstand: $\frac{\hat{u}_L}{\hat{i}} = X_L = \omega L$, $\underline{Z}_L = j\omega L$

- Kapazitiver Blindwiderstand: $\frac{\hat{u}_C}{\hat{i}} = X_C = \frac{1}{\omega C}$, $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$



- Impedanz: $\underline{Z} = R + jX$, $\underline{Z} = \hat{Z} e^{j\Delta\varphi}$, $\tan(\Delta\varphi) = \frac{X}{R}$, $\hat{Z} = \sqrt{R^2 + X^2}$

- Scheinwiderstand: $\hat{Z} = |\underline{Z}|$

- Erweitertes Ohmsches Gesetz: $\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$, $\hat{Z} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{u_{eff}}{i_{eff}}$

- Reihenschaltung von Impedanzen: $\underline{i} = \underline{i}_1 = \underline{i}_2$, $\underline{u} = \underline{u}_1 + \underline{u}_2$, $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$

- Parallelschaltung von Impedanzen: $\underline{i} = \underline{i}_1 + \underline{i}_2$, $\underline{u} = \underline{u}_1 = \underline{u}_2$, $\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2}$

- Wirkleistung: $P = UI \cos(\Delta\varphi)$

- Blindleistung: $Q = UI \sin(\Delta\varphi)$

- Scheinleistung: $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$

■ Beispiele für Reihen- und Parallelschaltungen:

Kirchhoffsche Gesetze für Zeiger			
$\underline{i}_L = \underline{i}_R = \underline{i}$ $\underline{u}_L + \underline{u}_R = \underline{u}$	$\underline{i}_C = \underline{i}_R = \underline{i}$ $\underline{u}_C + \underline{u}_R = \underline{u}$	$\underline{i}_L + \underline{i}_R = \underline{i}$ $\underline{u}_L = \underline{u}_R = \underline{u}$	$\underline{i}_C + \underline{i}_R = \underline{i}$ $\underline{u}_C = \underline{u}_R = \underline{u}$
Zeigerdiagramme			
$\underline{i} = \hat{i} e^{j0^\circ}$		$\underline{u} = \hat{u} e^{j0^\circ}$	
Scheinwiderstände $\hat{Z}$			
$\sqrt{(\omega L)^2 + R^2}$	$\sqrt{\frac{1}{(\omega C)^2} + R^2}$	$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\omega L)^2} + \frac{1}{R^2}}}$	$\frac{1}{\sqrt{(\omega C)^2 + \frac{1}{R^2}}}$
Phasenverschiebungen $\tan(\Delta\varphi)$			
$\frac{\omega L}{R}$	$-\frac{1}{\omega C R}$	$\frac{R}{\omega L}$	$-\omega C R$

■ Rechnen mit komplexen Zahlen $\underline{w} = a + j b = \hat{w} e^{j\varphi} = \hat{w} (\cos(\varphi) + j \sin(\varphi))$:

Imaginäre Einheit: $j^2 = -1$, $j = e^{j\pi/2}$, $\frac{1}{j} = -j = e^{-j\pi/2}$

Konjugiert komplexe Zahl: $\underline{w}^* = a - j b$ oder: $\underline{w}^* = \hat{w} e^{-j\varphi}$

Kehrwert: $\frac{1}{\underline{w}} = \frac{1}{a + j b} = \frac{a - j b}{a^2 + b^2}$ oder: $\frac{1}{\underline{w}} = \frac{1}{\hat{w}} e^{-j\varphi}$

Addition/Subtraktion: $\underline{w}_1 \pm \underline{w}_2 = a_1 \pm a_2 + j (b_1 \pm b_2)$

Multiplikation: $\underline{w}_1 \cdot \underline{w}_2 = (a_1 + j b_1)(a_2 + j b_2) = a_1 a_2 - b_1 b_2 + j (a_2 b_1 + a_1 b_2)$
oder: $\underline{w}_1 \cdot \underline{w}_2 = \hat{w}_1 \hat{w}_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$

Division: $\frac{\underline{w}_1}{\underline{w}_2} = \frac{a_1 + j b_1}{a_2 + j b_2} = \frac{(a_1 + j b_1)(a_2 - j b_2)}{a_2^2 + b_2^2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + j (a_2 b_1 - a_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2}$

oder: $\frac{\underline{w}_1}{\underline{w}_2} = \frac{\hat{w}_1}{\hat{w}_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$

